

EJERCICIOS APLICACIONES DERIVADAS

Ficha 2

1.- Halla la ecuación de la recta de pendiente 7 que es tangente a la curva

$$y = 3x^2 + x - 1.$$

2.- Escribe la ecuación de la recta tangente a la curva  $y = 2x^2 - 3x$  que tenga pendiente -7.

3.- Halla los puntos de tangente horizontal de la siguiente función y, con ayuda de las ramas infinitas, decide si son máximos o mínimos:

$$f(x) = x^3 + 6x^2 - 15x$$

4.- Halla y representa gráficamente los puntos singulares de la función:

$$f(x) = x^4 - 2x^2$$

5.- Estudia dónde crece y dónde decrece la función:

$$f(x) = 3 + 12x - 3x^2$$

6.- Estudia el crecimiento y el decrecimiento de la siguiente función:

$$f(x) = 3x^2 - 2x + 1$$

**SOLUCIONES**

1)

- $y' = 6x + 1$
- La pendiente de la recta es  $y' = 7 \Rightarrow 6x + 1 = 7 \Rightarrow x = 1$
- Cuando  $x = 1$ ,  $y = 3$ .
- La ecuación de la recta será:

$$y = 3 + 7(x - 1) = 3 + 7x - 7 = 7x - 4$$

2)

- $y' = 4x - 3$
- La pendiente de la recta es  $y' = -7 \Rightarrow 4x - 3 = -7 \Rightarrow x = -1$
- Cuando  $x = -1$ ,  $y = 5$ .
- La recta será:

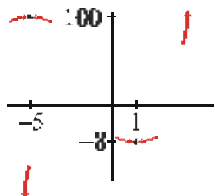
$$y = 5 - 7(x + 1) = 5 - 7x - 7 = -7x - 2$$

3)

- $f'(x) = 3x^2 + 12x - 15 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x - 5 = 0$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 20}}{2} = \frac{-4 \pm 6}{2}; x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 20}}{2} = \frac{-4 \pm 6}{2} \begin{cases} x = 1 \rightarrow \text{Punto } (1, -8) \\ x = -5 \rightarrow \text{Punto } (-5, 100) \end{cases}$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 6x^2 - 15x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + 6x^2 - 15x) = -\infty$$



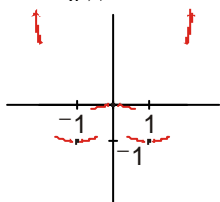
Máximo en  $(-5, 100)$  y mínimo en  $(1, -8)$ .

4)

- $f'(x) = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1) = 0 \begin{cases} x = -1 \rightarrow \text{Punto } (-1, -1) \\ x = 0 \rightarrow \text{Punto } (0, 0) \\ x = 1 \rightarrow \text{Punto } (1, -1) \end{cases}$

- Hallamos las ramas infinitas:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^4 - 2x^2) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^4 - 2x^2) = +\infty$$



Mínimo en  $(-1, -1)$  y en  $(1, -1)$ ; máximo en  $(0, 0)$

5)

- $f'(x) = 12 - 6x$
- Estudiamos el signo de la derivada:

## MATEMÁTICAS 1º BACHILLERATO SOCIALES

$$12 - 6x = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$12 - 6x > 0 \Rightarrow 12 > 6x \Rightarrow 6x < 12 \Rightarrow x < 2$$

$$12 - 6x < 0 \Rightarrow 12 < 6x \Rightarrow 6x > 12 \Rightarrow x > 2$$

- La función es creciente en  $(-\infty, 2)$  y decreciente en  $(2, +\infty)$  (y tiene un máximo en  $x = 2$ ).

6)

- $f'(x) = 6x - 2$

- Estudiamos el signo de la derivada:

$$6x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$6x - 2 > 0 \Rightarrow 6x > 2 \Rightarrow x > \frac{2}{6} \Rightarrow x > \frac{1}{3}$$

$$6x - 2 < 0 \Rightarrow 6x < 2 \Rightarrow x < \frac{1}{3}$$

- La función decrece en  $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right)$ , crece en  $\left(\frac{1}{3}, +\infty\right)$  (y tiene un mínimo en  $x = \frac{1}{3}$ ).